

PARALEL GÖREV ATAMALI MONTAJ HATTI DENGELEME PROBLEMİ İÇİN YENİ BİR MATEMATİKSEL MODEL ÖNERİSİ

Hakan ALTUNAY¹

Hüseyin Cenk ÖZMUTLU²

Seda ÖZMUTLU³

Özet

Bir montaj hattı, birbirlerine bant veya konveyör gibi hareketli bir taşıma sistemi ile bağlanmış bir dizi iş istasyonundan meydana gelmektedir. Montaj hattı dengeleme problemi ise çevrim süresi ve öncelik ilişkileriyle ilgili bazı kısıtlamalar dikkate alınarak, görevlerin; toplam iş yükünün olabildiğince eşit olarak dağıtılmasını sağlayacak şekilde istasyonlara atanmasını amaçlamaktadır. Bu çalışmada, paralel görev atamalı montaj hattı dengeleme problemi için yeni bir matematiksel programlama modeli önerilmiştir. Modelin amaç fonksiyonu belirli bir istasyon sayısı için çevrim süresinin minimizasyonuna yöneliktir. Bunlara ek olarak, önerilen matematiksel modelin ürettiği sonuçlar açıklayıcı bir örnek problem yardımıyla analiz edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Paralel Görev Atama Yaklaşımı, Montaj Hattı Dengeleme Problemi, Matematiksel Programlama, Yöneylem Araştırması

A New Mathematical Model for Assembly Line Balancing Problem with Task Paralleling Approach

Abstract

An assembly line consists of a set of workstations connected together by transport mechanism such as band or conveyor system. Assembly line balancing problem aims assigning tasks to workstations so that the total time required at each workstation is approximately the same by considering some constraints about cycle time or precedence relationships. In this study, a new mathematical programming model for assembly line balancing problem with task paralleling approach is proposed. The objective function of the model is minimizing the cycle time for a given number of workstations. Moreover, the results of the proposed mathematical model are analyzed with an illustrative example problem.

Keywords: Task Paralleling Approach, Assembly Line Balancing Problem, Mathematical Programming, Operations Research

¹ Arş. Gör. Dr., Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Elazığ, haltunay@firat.edu.tr.

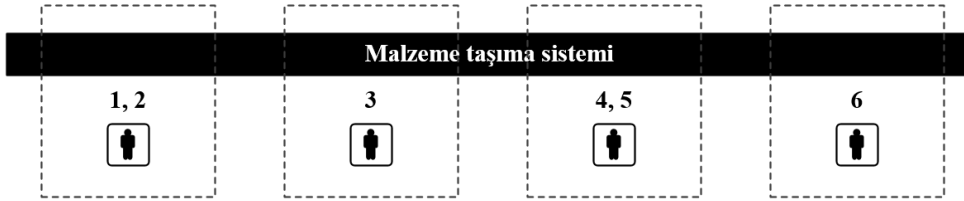
² Prof. Dr., Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Bursa, hco@uludag.edu.tr.

³ Prof. Dr., Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Bursa, seda@uludag.edu.tr.

GİRİŞ

Akış tipi üretim sistemi; tek bir ürün çeşidi veya imalat süreçleri birbirlerine benzeyen ürün gruplarının yüksek miktarlarda üretildiği işletmelerde, kaynakların etkin kullanımına olanak tanıyan üretim sistemlerinden birisidir. Montaj hatları da akış tipi üretim sistemlerinin en önemli unsurlarındandır (Çerçioğlu vd., 2009).

Montaj hatları; başta otomotiv, elektronik ve beyaz eşya endüstrisi olmak üzere birçok üretim sisteminin temelini oluşturmaktadır. Bir montaj hattı, iş parçalarının işgücü veya malzeme taşıma donanımı aracılığıyla hat boyunca kesintisiz olarak aktarıldığı, birbiri ardına sıralanmış bir dizi iş istasyonundan meydana gelmektedir (Şekil 1). Her bir iş istasyonunda ise, son ürünü üretmek için her biri montaj işleminin bir parçası olan görevler, tekrarlı ve eksiksiz bir şekilde gerçekleştirilmektedir. (Tuncel ve Topaloğlu, 2013).



Şekil 1. 6 Görev ve 4 iş istasyonundan oluşan düz bir montaj hattı örneği

Montaj hatlarında karşılaşılan en temel problem; üretim sistemi ve ürüne bağlı bazı kısıtlar altında, bir veya daha fazla amaç gözetilerek, tamamlanması gereken görevlerin iş istasyonlarına dengeli bir şekilde atanmasıdır. Bu probleme montaj hattı dengeleme problemi (MHDP) adı verilmektedir. MHDP, bir ürünün imalatı için gerekli olan görevlerin, görevlere ait işlem sürelerinin, görevler arasındaki öncelik ilişkilerinin ve çıktı hızının bilindiği varsayılarak; toplam iş yükünün istasyonlar arasında olabildiğince eşit olarak dağıtılması amacıyla üretim hattının yeniden düzenlenmesini temel almaktadır. Bir hat dengeleme probleminin girdi ve çıktıları da Şekil 2.'de belirtildiği gibidir (Dervitsiotis, 1981).



Şekil 2. Hat dengeleme probleminin girdi ve çıktıları

Montaj hatlarının dengelenmesi fikri ilk olarak bir tez çalışmasında ortaya atılmıştır (Bryton 1954). Matematiksel ifadesi Salveson (1955) tarafından ortaya konulan MHDP için, ilk geniş kapsamlı araştırmalardan birisi ise Baybars (1986a) tarafından yapılmıştır. Baybars (1986a) çalışmasında montaj hattı dengeleme problemini; basit montaj hattı dengeleme problemi (BMHDP) ve genel montaj hattı dengeleme problemi (GMHDP) olarak iki bölüme ayırmıştır. BMHDP’de deterministik olduğu varsayılan işlem sürelerinin hiçbirisi çevrim süresini aşmamaktadır. Bütün görevler (iş ögeleri); donanım, ekipman ve iş gücü bakımından birbirine eş değer bütün istasyonlara atanabilmektedir. Bu atamalar yapılırken görevler bölünemeyeceği gibi sadece öncelik ve çevrim süresi kısıtları dikkate alınmaktadır. GMHDP ise çeşitli hat biçimleri, alan kısıtları, görevler arasındaki bazı uyumsuzluklar, paralel istasyon oluşturma gibi birçok ek kısıtlama ve özellik içermektedir. Scholl ve Becker (2006) BMHDP, Becker ve Scholl (2006) ise GMHDP konusunda geniş kapsamlı birer araştırma sunmuşlardır (Tuncel ve Topaloğlu, 2013).

Üretim ortamındaki hat yapısı, ürün çeşitliliği vb. gibi farklı koşullar montaj hatlarındaki çeşitliliği artıran en önemli unsurlardandır. Bu farklı koşullar da farklı hat dengeleme problemlerinin ortaya çıkmasına sebep olmaktadır. Tüm bu nedenler geçmişte çok uzun yıllara dayanan MHDP’nin halen akademik düzeyde incelenmesi gereken birçok özelliğinin olduğunu göstermektedir (Becker ve Scholl, 2006). Literatürde, MHDP ile ilgili olarak yapılan pek çok çalışma bulunmakla birlikte, bu çalışmalar; aşağıda sıralanmış problemin yapısı ile ilişkili özelliklere göre çeşitli gruplara ayrılmaktadır (Özkan, 2003):

- Amaç tipi ve sayısı,
- İşlem süreleri,
- Ürün/model sayısı,
- Paralel tezgâh durumu,
- İstasyondaki işçi sayısı,
- Hattın durumu,
- Kaynak kısıtı,
- Malzeme ikamesi,
- Kusur oranlarının verilmesi durumu,
- Özel problemler (Öğrenme, maliyet, atanan iş ögelerinin istasyon içinde sıralanması vb.)

Görüldüğü gibi MHDP konusunda yapılan çalışmaları oldukça fazla sayıda gruba ayırarak incelemek mümkündür. Ancak bu bölümde sadece, çalışmanın kapsamı içerisinde yer alması ve MHDP’nin en çok kullanılan sınıflandırmalarından birisi olması sebebiyle MHDP’nin amaç tipi ve sayısı bakımından gruplandırılmasına değinilecektir. MHDP, kullanılan amaç fonksiyonu

tipi ve sayısı açısından aşağıdaki gibi farklı sınıflara ayrılmaktadır (Tuncel ve Topaloğlu, 2013):

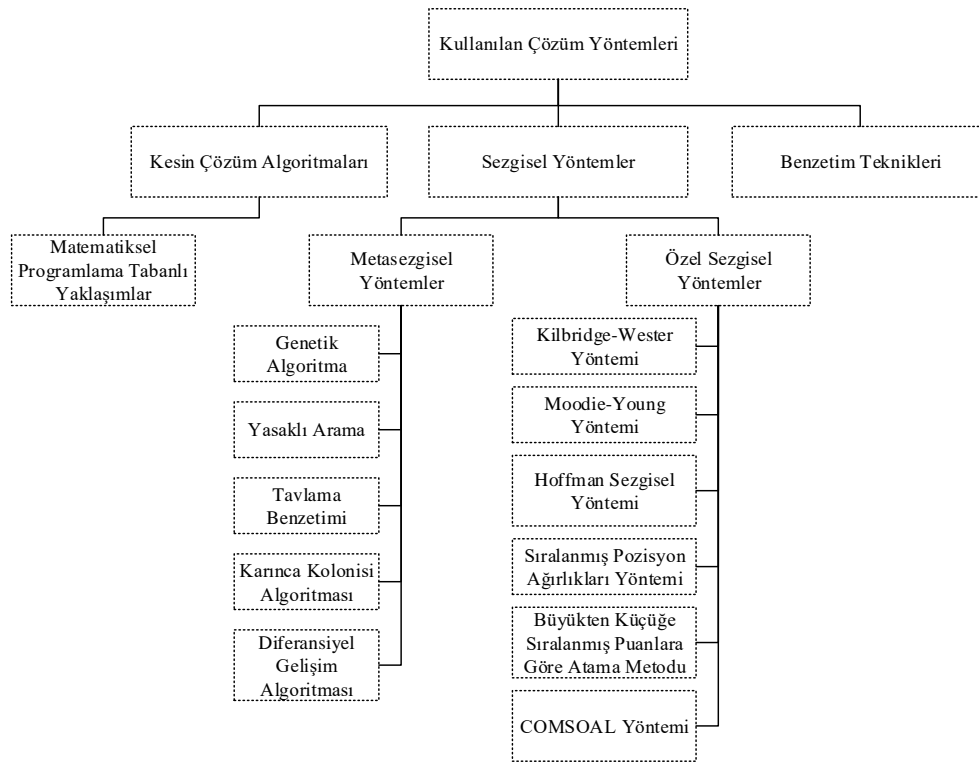
- Tip 1: Belirli bir çevrim süresine göre kullanılacak istasyon sayısının minimize edilmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç iş gücü ve donanım maliyetini en küçükmeye yöneliktir.
- Tip 2: Önceden belirlenmiş sayıdaki istasyonlar için çevrim süresinin minimize edilmesi hedeflenmektedir. Bu amaç da birim zamandaki üretim miktarını en büyükmeye yöneliktir.
- Tip 3: İş yükü dengesinin sağlanmasına yöneliktir.
- Tip 4: İş uyumluluğunun sağlanması hedeflenmektedir.
- Tip 5: Tip 3 ve Tip 4’de kullanılan amaçların kullanıldığı çoklu amaçları içermektedir.
- Tip E: Kullanılan istasyon sayısı ve çevrim süresi eş zamanlı olarak minimize edilirken, hat etkinliğinin maksimizasyonu temel alınmaktadır.
- Tip F: Verilen istasyon sayısı ve çevrim süresi için uygun bir denge noktasının bulunması hedeflenmektedir.

Literatürdeki MHDP çalışmalarının büyük bir kısmını, belirli bir çevrim süresi için kullanılan iş istasyonu sayısının en küçüklemesini (BMHDP-1) ve/veya belirli bir istasyon sayısı için çevrim süresinin en küçüklemesini (BMHDP-2) amaçlayan çalışmalar oluşturmaktadır (Çerçioğlu vd., 2009). Genel bir bakış açısıyla, Tip-1 problemi olarak da bilinen BMHDP-1’in işgücü maliyetini minimize etmeyi; Tip-2 problemi olarak da anılan BMHDP-2’nin ise üretim miktarını maksimize etmeyi amaçladığı söylenebilir.

1950’li yıllardan günümüze kadar olan süreçte MHDP’nin çözümü ile ilgili; kesin çözüm algoritmalarının (Jackson, 1956; Bowman, 1960; Thangavelu ve Shetty, 1971; Patterson ve Albracht, 1975; Van Assche ve Herroelen, 1978; Talbot ve Patterson, 1984; Hackman vd., 1989; Gökçen ve Erel, 1998; Sarin vd., 1999; Urban ve Chiang, 2006), sezgisel yöntemlerin (Kilbridge ve Wester, 1961; Helgeson ve Birnie, 1961; Hoffman, 1963; Mansoor, 1964; Arcus, 1966; Baybars, 1986b; Simaria ve Vilanho, 2009; Chica vd., 2010; Chutima ve Chimklai, 2012; Zacharia ve Nearchou, 2013; Akpınar vd., 2013) ve benzetim tekniklerinin (Angelidis vd., 2011; Gong vd., 2011; Hafezalkotob vd., 2014; Saidabad ve Taghizadeh, 2015) kullanıldığı birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalarda kullanılan belli başlı yöntemler ise Şekil 3’te sunulduğu gibidir. MHDP konusunda yapılan araştırmalara ilişkin daha geniş kapsamlı bilgiye Becker ve Scholl (2006), Battaia ve Dolgui (2013) çalışmaları aracılığıyla ulaşmak mümkündür (Foroughi ve Gökçen, 2014).

Boysen vd., (2007) tarafından yapılan çalışmada, montaj hattı dengeleme problemleri; öncelik diyagramı özelliği (α), istasyon ve hat yerleşimi (β), amaç tipi

ve sayısına (γ) göre 3 ayrı sınıfa ayrılmıştır. İstasyon ve hat yerleşimine göre yapılan sınıflandırmada ise paralellik kavramı (β_3); hat paralelligi, istasyon paralelligi, görev paralelligi ve iş paralelligi şeklinde dört grupta incelenmektedir. Hat paralelligi; birden fazla paralel hattın aynı anda dengelenmesini ifade etmektedir. İstasyon paralelligi; bir hat üzerinde birbirine denk iş istasyonlarının kullanılmasıdır. Görev paralelligi kavramı; herhangi bir görevin birden fazla istasyonda yer alabilmesini ifade etmektedir. İş paralelligi ise; aynı iş parçası üzerinde, eş zamanlı ve birbirini engellemeyecek şekilde yapılan iş paylaşımı uygulamalarını içermektedir (Boysen vd., 2007). Bu çalışmada ele alınan paralel görev atama yaklaşımı da görev paralelligi kavramını temel almaktadır. Paralel görev atama yaklaşımı, görev paralelligi durumunda olduğu gibi bazı görevlerin birden fazla istasyonda yer almasına müsaade edilerek, işlem süresi çevrim süresinden büyük olan görevlerin üretim oranını sınırlandırmasını önlemeyi amaçlamaktadır.



Şekil 3. MHDP'nin çözümünde yaygın olarak kullanılan yöntemler

Bu çalışmada, paralel görev atama yaklaşımının kullanıldığı ve çevrim süresinin minimizasyonunu amaçlayan bir matematiksel programlama modeli önerilmiştir. 60 yıldan fazla bir süredir araştırmalara konu olmuş MHDP ile ilgili çok fazla

sayıda bilimsel çalışma bulunmasına rağmen bu çalışmada ele alınan paralel görev atama yaklaşımı konusundaki literatür oldukça sınırlıdır (Pinto vd., 1975; Dunia, 1978; Sarker ve Shanthikumar, 1983; Kaplan, 2004; Bukchin ve Rabinowitch, 2005; Kazemi vd., 2011). Önerilen matematiksel modelin önceki çalışmalardan farkı, çevrim süresinin minimizasyonuna yönelik olmasıdır. Bu sebeple modelin hat dengeleme literatüründeki önemli bir boşluğu doldurması ve bu konuda yapılacak sonraki çalışmalara kaynak teşkil etmesi beklenmektedir.

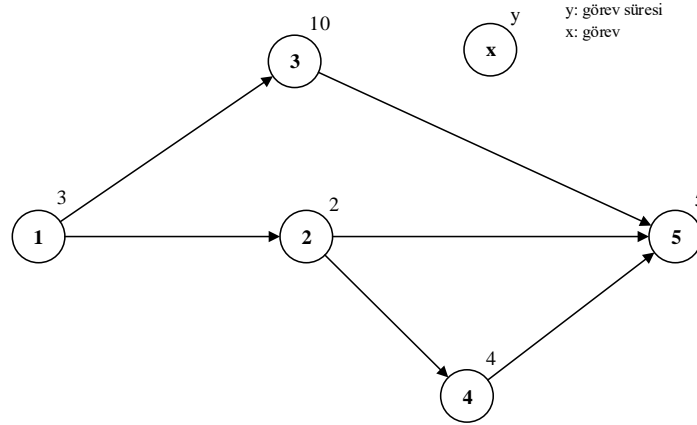
Bu çalışmanın amacı, paralel görev atama yaklaşımının montaj hattı dengeleme problemlerinde sağladığı kazanımları ortaya koymak ve problemin çözümü için etkin bir kesin çözüm önerisi sunmaktır. Çalışmanın ilk bölümünde, paralel görev atama yaklaşımına ilişkin geniş bir bilgilendirme yapılmıştır. İkinci bölümde ise paralel görev atama yaklaşımının kullanıldığı ve çevrim süresinin minimizasyonunu hedefleyen yeni bir matematiksel programlama modeli önerisine yer verilmiştir. Ayrıca bu bölümde sunulan bir örnek problem yardımıyla, geliştirilen matematiksel modelin ürettiği sonuçlar ile geleneksel yaklaşımın ürettiği sonuçlar karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuç bölümünde ise elde edilen bulgulara ve gelecek çalışmalara ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

I. PARALEL GÖREV ATAMA YAKLAŞIMI

Geleneksel montaj hattı dengeleme probleminin temel varsayımlarından birisi iş istasyonlarının seri olarak düzenlenmesidir (bkz. Şekil 1). Bu varsayıma göre; her bir görev yalnızca bir istasyona atanabilir; bir görevin birden fazla istasyona atanmasına veya birbirine eş özellikteki birden fazla iş istasyonunun oluşturulmasına izin verilmemektedir. Montaj hatlarında istasyonların birbirlerine seri olarak düzenlenmesi varsayımı ise en küçük çevrim süresi değerinin maksimum işlem süresi ile sınırlanmasına sebep olmaktadır. Dolayısıyla işlem süresi çevrim süresinden büyük olan görevlerin üretim hızını sınırlandırması, bu varsayımın en büyük dezavantajlarından birisidir (Pinto vd., 1975). Görev paralellliğini temel alan paralel görev atama yaklaşımı ise hattın farklı şekillerde düzenlenmesine olanak tanımaktadır. Bu yaklaşım ile bir görevin birden fazla istasyonda yer almasına müsaade edilmektedir. Bu sayede hat etkinliği artmakta ve işlem süresi çevrim süresinden büyük olan görevlerin üretim oranını sınırlandırması önlenmektedir.

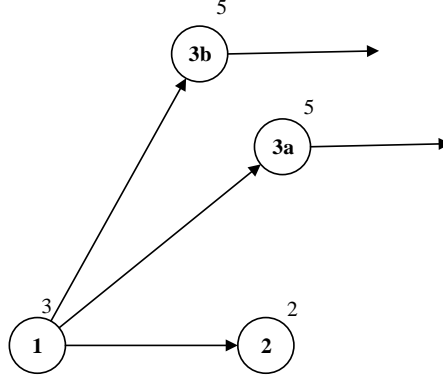
Paralel görev atama yaklaşımı gereği, öncelik ilişkileri ve işlerin bölünememesi kuralları gözetilmek şartıyla, bazı görevler birden fazla istasyonda yer alabilmektedir. Çerçioğlu'na (2009) göre paralel görev atama; bir montaj hattındaki görevlerden herhangi birisinin çevrim süresini aştığı durumlarda, görevlerin belirlenen bir paralellik seviyesi ile birden fazla istasyonda yer alacak şekilde düzenlenmesidir.

Öncelik diyagramı Şekil 4'te verilen küçük bir örnek problem yardımıyla paralel görev atama yaklaşımını daha iyi açıklamak mümkündür. Bu problemin geleneksel montaj hattı dengeleme problemi olarak çözülmesi durumunda çevrim süresinin en küçük değerine ait alt sınır, 3 numaralı görevin işlem süresi olan 10 olarak bulunmaktadır. Burada görevlerin bölünememesi ve birden fazla istasyonda yer alamaması durumunda, çevrim süresinin işlem süresi en büyük olan görevin süresinden daha küçük bir değer alamayacağı açıkça görülmektedir. Bu problemde olduğu gibi; söz konusu görevin işlem süresi ile diğer görevlerin süreleri arasındaki fark arttıkça, üretim hızı da gittikçe düşmektedir.



Şekil 4. Örnek probleme ait öncelik diyagramı

Paralel görev atama yaklaşımı, montaj hattındaki görevlere ait işlem sürelerinin arasındaki farkın çok büyük olduğu durumlarda önemli kazanımlar sağlayan bir tekniktir. Örneğin Şekil 4'te ayrıntıları verilen problemde 3 numaralı görevin işlem süresi (10) ile diğer görevlerin süreleri arasındaki farkın çok fazla olduğu görülmektedir. Bu durumda 3 numaralı görevin birden fazla istasyonda yer almasına müsaade edilerek söz konusu işin bu istasyonlarda eş zamanlı olarak yapılması sağlanmaktadır (Şekil 5). 3 numaralı görevin eş zamanlı olarak iki istasyonda yer alması görevin işlem süresinin yarıya indirilmesi anlamına gelmektedir.



Şekil 5. 3 numaralı görevin iki farklı istasyona atanması durumu

Denklem 1’de de belirtildiği gibi, " t_i " i . görevin işlem süresi olmak üzere, birden fazla istasyonda yer alan görevin işlem süresi paralellik seviyesi oranında azaltılmış olur (Ege, 2001).

$$t_i = t_{ia} + t_{ib} = t_i/2 \quad (1)$$

II. ÖNERİLEN MATEMATİKSEL PROGRAMLAMA MODELİ

Çalışmanın bu bölümünde, daha önceki çalışmalardan farklı olarak, çevrim süresinin minimizasyonunun hedeflendiği, paralel görev atamalı bir matematiksel programlama modeli önerisi sunulmuştur. Bu model geliştirilirken Kaplan (2004) tarafından önerilen, iki seviyeli paralel görev atamaya izin veren, toplam istasyon açma ve ekipman maliyetinin en küçüklenmesini amaçlayan matematiksel modelden yararlanılmıştır. Önerilen matematiksel modele ilişkin; varsayımlar, kullanılan notasyon ve parametre tanımları ise şu şekildedir:

Varsayımlar:

- Üretim hattı boyunca tek tip ürünün montajı söz konusudur.
- Bütün görevler en az bir istasyona atanmalıdır.
- Görevlere ait işlem süreleri sabit kabul edilmektedir.
- Görevlere ait öncelik ilişkilerini gösteren öncelik diyagramı bilinmektedir.
- Görevlerin istasyonlara atanmasında öncelik diyagramından elde edilen öncelik ilişkileri dikkate alınmaktadır. Eğer " p " görevi öncelik diyagramında " i " görevinden önce geliyorsa, " p " görevi tamamlanmadan " i " görevi başlayamaz.

- Görevler bölünemez. Ancak bazı görevler birden fazla istasyona atanabilmektedir. Bu çalışmada önerilen matematiksel model için bir görev en fazla iki istasyonda yer alabilmektedir.
- Birden fazla istasyona atanan hiçbir görev için ekipman, donanım vb. maliyetler dikkate alınmamaktadır. Bu sebeple, birden fazla istasyona atanabilecek toplam görev sayısı için sınırlama getirilmiştir.

Önerilen modelde kullanılan notasyona ilişkin,

İndisler:

- i görevler, $i = \{1, \dots, N\}$
 j iş istasyonları, $j = \{1, \dots, M\}$

Parametreler:

- N toplam görev sayısı
 M toplam iş istasyonu sayısı
 t_i i . görevin işlem süresi
 P_i i . görevin öncüllerini içeren küme
 U paralel görev sayısının üst sınırı

Karar Değişkenleri:

- C çevrim süresi
 $x_{ij} \begin{cases} 1, & i. \text{ görev, } j. \text{ istasyona atanırsa} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$
 $y_i \begin{cases} 1, & i. \text{ görev birden fazla istasyona atanırsa} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$
 $z_{ij} = x_{ij} \cdot y_i$ (modelin doğrusallaştırılması için kullanılmıştır)

İndisleri, parametreleri ve karar değişkenleri sunulan matematiksel programlama modeli Denklem 2 - Denklem 13 arasında belirtildiği gibidir.

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Minimize } Z = C \quad (2)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^M x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^M x_{ij} \leq 2 \quad \forall i \quad (4)$$

$$x_{ij} \leq 1 - x_{pn} \quad \forall i, j, p \in P_i, n (n \geq j+1) \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N z_{ij} \left(\frac{t_i}{2}\right) + \sum_{i=1}^N (x_{ij} - z_{ij}) t_i \leq C \quad \forall j \quad (6)$$

$$z_{ij} - x_{ij} - y_i + 1,5 \geq 0 \quad \forall i, j \quad (7)$$

$$1,5(z_{ij}) - x_{ij} - y_i \leq 0 \quad \forall i, j \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^M x_{ij} - 1 = y_i \quad \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i \leq U \quad (10)$$

$$x_{ij}, z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (11)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \quad (12)$$

$$C \geq 0 \quad (13)$$

Bu matematiksel modelin amaç fonksiyonu çevrim süresinin minimizasyonunu hedeflemektedir (Denklemler 2). Bilindiği üzere Tip-2 MHDP modellerinin amacı üretim hızını artırmak, bir başka deyişle; birim zamanda üretilen ürün miktarını maksimum seviyeye ulaştırmaktır. Önerilen modelin diğer Tip-2 modellerinden farkı ise üretim hızını arttırmak amacıyla bazı görevlerin birden fazla istasyona atanmasına müsaade edilmesidir.

Matematiksel modelin kısıt yapıları, paralel görev atama yaklaşımından kaynaklanan bazı farklılıklar dışında geleneksel MHDP'nin çözümü için önerilen diğer matematiksel modellerle benzerlik göstermektedir. İlk iki kısıt (Denklem 3-4) her bir görevin en az bir, en fazla iki istasyona atanmasını sağlamaktadır. Bu kısıtlar, önerilen paralel görev atamalı matematiksel modelde en çok iki seviyeli paralel görev atamaya izin verildiğini göstermektedir. Denklem 5'te ("p", "i" nin öncülü ve P_i kümesinin elemanı olmak üzere) öncelik ilişkilerinin sağlanmasına yönelik olan kısıt yapısı verilmiştir (Kaplan, 2004). Çevrim süresi kısıtı ise bazı görevlerin iki istasyonda yer alabilmesi durumuna göre düzenlenmiştir. Bu sayede birden fazla istasyonda yer alan görevin işlem süresi paralellik seviyesi oranında bölünmektedir (Kaplan 2004). Denklem 6'da da belirtildiği gibi çevrim süresi kısıtı ile bir istasyona atanan bütün görevlerin işlem süreleri toplamının çevrim süresini aşması engellenmektedir. Bu kısıt yapısı standart haliyle 14 numaralı denklemde belirtildiği gibidir. Ancak bu kısıtın önerilen modelin doğrusallık özelliğini bozması sebebiyle Denklem 15'te verilen dönüşüm uygulanmıştır (Mahdavi vd., 2007). 7 ve 8 numaralı denklemler de doğrusallığın sağlanması amacıyla kullanılmıştır. 9 numaralı denklem ile ifade edilen kısıt yapısı ise karar değişkenlerinin birbirine bağlanması amacıyla kullanılmaktadır. Denklem 10'da verilen kısıt ile de bir üst sınır değeri (U) kullanılarak paralel görev sayısı sınırlandırılmaktadır. Paralel görev atamalı matematiksel programlama modelinin son kısıt yapıları da karar değişkenlerinin tanım kümeleri ve işaret sınırlamalarından oluşmaktadır (Denklem 11 - Denklem 13).

Önerilen matematiksel modelde çevrim süresi kısıtının standart hali 14 numaralı denklemde belirtilmiştir. Ancak Denklem 14'ün matematiksel modelin doğrusallık özelliğini bozduğu açıkça görülmektedir. Bu sebeple 14 numaralı denklemin doğrusallaştırılması amacıyla 15 numaralı dönüşümden yararlanılmıştır.

$$\sum_{i=1}^N x_{ij} \cdot y_i \left(\frac{t_i}{2}\right) + \sum_{i=1}^N (1 - y_i) x_{ij} \cdot t_i \leq C \quad \forall j \quad (14)$$

$$x_{ij} \cdot y_i = z_{ij} \quad \forall i, j \quad (15)$$

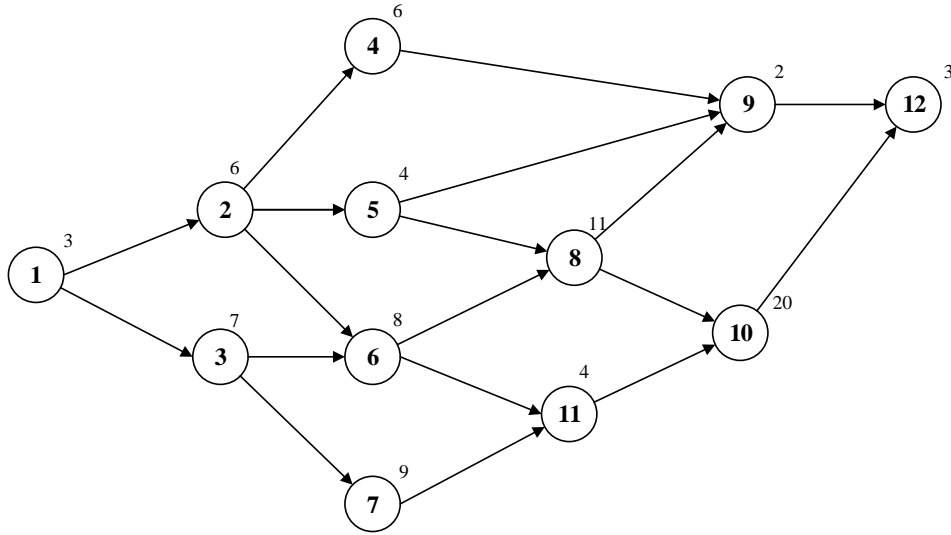
Paralel görev atama yaklaşımının uygulandığı matematiksel programlama modeli önerisine ilişkin ayrıntılar Denklem 2 - Denklem 15 ile ifade edilmiştir. Bu model montaj hattı dengeleme problemlerinde paralellik kavramını içeren daha

önceki çalışmalarla bağlantılı olarak tasarlanmıştır. Bu çalışmanın aksine paralel görev atama yaklaşımının kullanıldığı daha önceki çalışmaların büyük çoğunluğunda, ekipman ve donanım maliyetlerinin minimizasyonu hedeflenmiştir (Pinto vd., 1975; Sarker ve Shanthikumar, 1983; Kaplan 2004). Bunun sebebi ise görevlerin birden fazla istasyonda yer almasından kaynaklı olarak ekstra maliyetlerin ortaya çıkmasıdır. Bu durumda söz konusu maliyetler ile üretim oranındaki artıştan elde edilen kazanç miktarının karşılaştırılarak fayda-maliyet analizinin yapılması gerekmektedir.

A. AÇIKLAMALI ÖRNEK

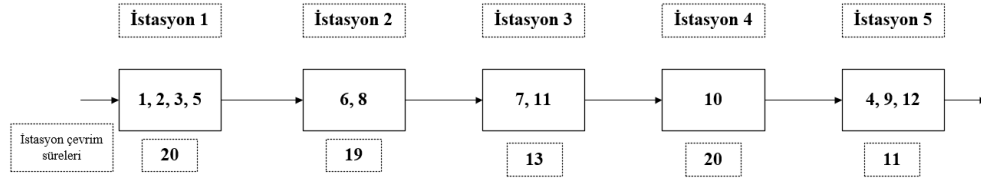
Çalışmanın bu bölümünde önerilen matematiksel programlama modelinin ürettiği sonuçların analiz edilebilmesi amacıyla bilinen bir örnek problemin (Guéret vd., 2000) değiştirilerek çözülmesi sağlanmıştır.

12 görevli örnek problemin öncelik ilişkilerini gösteren öncelik diyagramı işlem süreleriyle birlikte Şekil 6'da verilmiştir. Bu öncelik diyagramında düğümler görevleri, bağlantılar düğümler arasındaki öncelik ilişkilerini, düğümlere ait etiketler ise her bir görevin işlem süresini (dakika) ifade etmektedir. Geliştirilen paralel görev atama yaklaşımının sağladığı avantaj ve kazanımların daha iyi görülebilmesi açısından, problemin standart halindeki 10 numaralı görevin işlem süresi daha büyük bir değer (20) ile değiştirilmiştir.



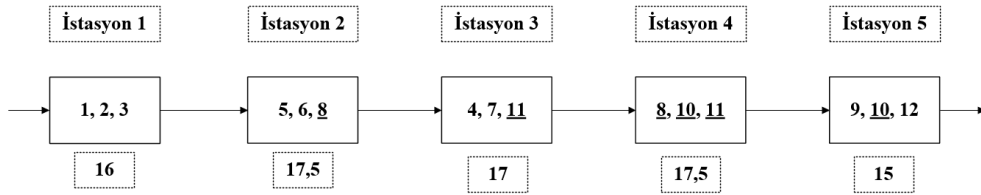
Şekil 6. Örnek probleme ait öncelik diyagramı

Belirtilen örnek problem öncelikle belirli bir istasyon sayısı için çevrim süresinin minimizasyonunu amaçlayan ikinci tip basit montaj hattı dengeleme problemi (BMDHP-2) olarak ele alınmıştır.



Şekil 7. Örnek problemin geleneksel Tip-2 problemi olarak çözümü

Şekil 7’de problemin geleneksel Tip-2 problemi olarak çözümüne ilişkin montaj hattı yapısı verilmiştir. Sonuçların kıyaslanabilmesi açısından, aynı problem bir kez de bu çalışmada önerilen matematiksel model yardımıyla çözülmüştür. Modelin çözümünde istasyon sayısı önceki modelde olduğu gibi 5 olarak alınmıştır. Bu çözüme ilişkin montaj hattı tasarımı ise Şekil 8’de görülmektedir.



Şekil 8. Örnek problemin önerilen matematiksel model ile çözümü

İki ayrı hat tasarımı karşılaştırıldığında önerilen matematiksel modelin sağladığı kazanımlar açıkça görülmektedir. Geleneksel yaklaşım olarak ifade edilen BMHDP-2’ye göre yapılan çözümde çevrim süresi değeri 20, önerilen matematiksel model ile elde edilen çevrim süresi değeri ise 17,5 olarak belirlenmiştir. İki yaklaşım ile tasarlanan montaj hattında da 5 istasyon kullanıldığı ancak önerilen yaklaşımda elde edilen hattın üretim hızının daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 1 incelendiğinde, önerilen matematiksel model yardımıyla elde edilen çözümde çevrim süresi ve atıl süreler bakımından oldukça verimli sonuçlar elde edildiği görülmektedir. Örnek problemdeki 10 numaralı görevin işlem süresi ile diğer görev süreleri arasındaki farkın çok büyük olması sebebiyle geleneksel yaklaşımla elde edilen çözümde toplam atıl sürenin 17 gibi oldukça yüksek bir değer aldığı belirlenmiştir. Ancak bu çalışmada önerilen yaklaşım ile problem çözülerek, işlem süresi diğer görevlerden çok yüksek olan 10 numaralı görevin

üretim oranını sınırlandırması engellenmiştir. 8, 10 ve 11 numaralı görevlerin birden fazla istasyonda yer almasına müsaade edildiği görülmektedir. Bu sayede toplam atıl süre değerinin geleneksel yaklaşımın sonucuna göre çok düşük bir değer aldığı belirlenmiştir. Bu değerlerin bir sonucu olarak; geleneksel yaklaşımla tasarlanan hattın etkinliği % 83 iken; bu çalışmada önerilen yaklaşımın çözümüne göre tasarlanan hattın etkinlik değeri ise % 94,86'dır. Örnek probleme ilişkin elde edilen tüm bu sonuçlar önerilen paralel görev atamalı matematiksel programlama modelinin başarısını ortaya koymaktadır.

Tablo 1. Örnek problemin iki ayrı yaklaşımla çözümüne ilişkin özet tablo

	Geleneksel Yaklaşım	Önerilen Yaklaşım
İstasyon 1	1, 2, 3, 5	1, 2, 3
İstasyon 2	6, 8	5, 6, <u>8</u>
İstasyon 3	7, 11	4, 7, <u>11</u>
İstasyon 4	10	<u>8</u> , <u>10</u> , <u>11</u>
İstasyon 5	4, 9, 12	9, <u>10</u> , 12

Tablo 1. (Devamı)

	Geleneksel Yaklaşım	Önerilen Yaklaşım
Çevrim Süresi (dak)	20	17,5
Atıl Süre (dak)	17	4,5
Denge Kaybı	% 17	% 5,14
Hat Etkinliği	% 83	% 94,86

Modelin bir parametresi olarak önceden belirlenen paralel görev sayısı üst sınırı (U) değeri bu problem için 3 olarak düzenlenmiştir. Bu parametrenin olabildiğince düşük değerlerde tutulması, sistemin kontrol edilebilirliği ve ekstra maliyetlerin düşürülmesi açısından oldukça önemlidir. Çünkü bu çalışmada önerilen paralel görev atama yaklaşımının sağladığı avantajların yanı sıra bazı dezavantajları da mevcuttur. Bu dezavantajlardan birisi daha önce de bahsedilen paralel görev sayısı arttıkça bazı ekstra maliyetlerin ortaya çıkacağı gerçeğidir. Bu yaklaşımın diğer dezavantajı ise birden fazla istasyonda yer alan görevlerin özellikle emek yoğun montaj hatlarında bazı karışıklıklara yol açma ihtimalinin yüksek olmasıdır. Bu sebeple U parametresinin değeri arttıkça bir yandan çevrim süresinde olumlu iyileşmeler gözlenirken bir yandan da maliyet unsuru devreye girmekte ve montaj hattının kontrolü zorlaşmaktadır. Dolayısıyla önerilen paralel

görev atamalı hat dengeleme modeli kullanılırken montaj hattı sistemine uygun U parametresinin seçimi de oldukça önemlidir.

SONUÇ

Bu çalışmada, daha önceki çalışmalarda yer almayan ve çevrim süresinin minimizasyonunun hedeflendiği, paralel görev atamalı bir matematiksel programlama modeli önerisi sunulmuştur. Paralel görev atama yaklaşımı ile öncelik ilişkileri ve işlerin bölünememesi varsayımları gözetilmek şartıyla, bazı görevlerin birden fazla istasyonda yer almasına müsaade edilmektedir.

Bu yaklaşım, özellikle görev süreleri arasındaki farkın yüksek olduğu montaj hatlarında, çevrim süresinin düşürülerek üretim oranının üst seviyelere çıkarılmasında en etkin yöntemlerden birisidir. Ele alınan örnek problemin çözümüne ilişkin elde edilen sonuçlar da bunu destekler niteliktedir. Geleneksel yaklaşım ile bulunan en iyi çevrim süresi değeri 20 iken; bu çalışmada önerilen paralel görev atama yaklaşımının kullanılarak bulunan çevrim süresi değeri 17,5'tir. Üstelik geleneksel yaklaşımla elde edilen hat etkinliği değeri % 83 gibi oldukça düşük bir değer almışken, önerilen yaklaşım ile ulaşılan hat etkinliği % 94,86 ile bu değer oldukça üzerindedir.

Bu çalışma sonucunda paralel görev atama yaklaşımının hat dengeleme çalışmalarında sağladığı kazanımlar açıkça ortaya konularak, literatüre MHDP'nin çözümü için yeni bir matematiksel programlama modeli kazandırılmıştır. Üretilen sonuçlar, önerilen yaklaşım ve çözüm önerisi sayesinde, yüksek verimlilikteki üretim hatlarının tasarlanması sürecinde; üretim oranında önemli iyileştirmeler, mevcut işgücü ve üretim süresinin verimli kullanımı ve atıl sürelerin minimize edilmesi açısından önemli kazanımlar elde edilebileceğini göstermiştir. İlerleyen çalışmalarda ise önerilen matematiksel modelin geniş kapsamlı bir sanayi uygulamasının çözümünde kullanılması planlanmaktadır.

KAYNAKÇA

- AKPINAR, Sener; G. Mirac, BAYHAN; Adil BAYKASOGLU (2013), "Hybridizing Ant Colony Optimization via Genetic Algorithm for Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem with Sequence Dependent Setup Times Between Tasks". Applied Soft Computing, Vol 13, No 1; 574-589.
- ANGELIDIS, Evangelos; Falk Stefan, PAPPERT; Oliver, ROSE (2011), "A Prototype Simulation Tool for a Framework for Simulation-Based Optimization of Assembly Lines", Proceedings of the 2011 Winter Simulation Conference, Phoenix, 11-14 December 2011, 2383-2394.

- ARCUS Albert L. (1966), "COMSOAL: A Computer Method of Sequencing Operations for Assembly Lines", *International Journal of Production Research*, Vol 4, No 4; 259-277.
- BATTAIA, Olga; Alexandre, DOLGUI (2013), "A Taxonomy of Line Balancing Problems and Their Solution Approaches", *International Journal of Production Economics*, Vol 142, No 2; 259-277.
- BAYBARS, İlker (1986a), "A Survey of Exact Algorithms for Simple Assembly Line Balancing Problem", *Management Science*, Vol 32, No 8; 909-932.
- BAYBARS, İlker (1986b), "An Efficient Heuristic Method for the Simple Assembly Line Balancing Problem", *International Journal of Production Research*, Vol 24, No 1; 149-166.
- BECKER, Christian; Armin, SCHOLL (2006), "A Survey on Problems and Methods in Generalized Assembly Line Balancing", *European Journal of Operational Research*, Vol 168, No 3; 694-715.
- BOWMAN, Edward H. (1960), "Assembly Line Balancing by Linear Programming", *Operations Research*, Vol.8, No.3; 385-389.
- BOYSEN, Nils; Malte, FLIEDNER, Armin, SCHOLL (2007), "A Classification of Assembly Line Balancing Problems", *European Journal of Operational Research*, Vol 183, No 2; 674-693.
- BRYTON, Benjamin (1954), "Balancing of a Continuous Production Line", M.Sc. Thesis, North-Western University.
- BUKCHIN, Yossi; Ithai, RABINOWITCH (2005), "A Branch and Bound Based Solution Approach for the Mixed-Model Assembly Line-Balancing Problem for Minimizing Stations and Task Duplication Costs", *European Journal of Operational Research* Vol 174, No 1; 492-508.
- CHICA Manuel; Óscar CORDÓNA, Sergio DAMASA, Joaquín BAUTISTA (2010), "Multiobjective Constructive Heuristics for the 1/3 Variant of the Time and 3 Space Assembly Line Balancing Problem: ACO and Random Greedy Search", *Information Science*, Vol 180, No 18; 3465-3487.
- CHUTIMA, Parames; Palida, CHIMKLAI, (2012), "Multi-Objective Two-Sided Mixed-Model Assembly Line Balancing Using Particle Swarm Optimization with Negative Knowledge", *Journal Computers and Industrial Engineering*, Vol 62, No 1; 39-55.
- ÇERÇİOĞLU, Hakan (2009), "Stokastik Paralel MHD Problemi için Yeni Modeller", Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- ÇERÇİOĞLU, Hakan; Uğur, ÖZCAN; Hadi, GÖKÇEN; Bilal, TOKLU (2009), “A Simulated Annealing Approach for Parallel Assembly Line Balancing Problem”, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, Vol 24, No 2; 331-341.
- DERVITSIOTIS, Kostas, N. (1981), *Operations Management*. New York: McGraw-Hill.
- DUNIA, Jaime Jamil (1978), “A cost trade-off approach to paralleling options in assembly line balancing”, M.Sc. Thesis, Georgia Institute of Technology.
- EGE, Yunus (2001), “Assembly Line Balancing with Station Paralleling”, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara.
- FOROUGHİ, Ahad; Hadi, GÖKÇEN (2014), “Maliyet Tabanlı Stokastik Montaj Hattı Dengeleme Problemi”, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, Vol 29, No 3; 469-476.
- GONG, Jun; Vittal V., PRABHU; Wenxin, LIU, (2011), “Simulation-Based Performance Comparison between Assembly Lines and Assembly Cells with Real-Time Distributed Arrival Time Control System”, *International Journal of Production Research*, Vol, 49; 1241-1253.
- GÖKÇEN, Hadi; Erdal, EREL (1998), “Binary Integer Formulation for Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem”, *Computers and Industrial Engineering*, Vol 34, No 2; 451-461.
- GUÉRET, Christelle; Christian PRINS; Marc SEVAUX; Susanne, HEİPCKE (2000), *Applications of Optimization with Xpress-MP*, Dash Optimization, Paris, France.
- HACKMAN, Steven T; Michael J, MAGAZINE; T. S, WEE (1989), “Fast, Effective Algorithms for Simple Assembly Line Balancing Problems”, *Operations Research*, Vol 37, No 6; 916-924.
- HAFEZALKOTOB, Ashkan; Hamid, KETABIAN; Hesam, RAHIMI (2014), “Balancing the Production Line by the Simulation and Statistics Techniques: A Case Study”, *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology* Vol 7, No 4; 754-763.
- HELGESON, W.P.; Dunbar P, BIRNIE (1961), “Assembly Line Balancing Using the Ranked Positional Weight-Technique”, *The Journal of Industrial Engineering*, Vol 12, No 6; 394-398.
- HOFFMANN, Thomas R (1963) “Assembly Line Balancing with a Precedence Matrix”, *Management Science*, Vol 9, No 4; 551-562.

- JACKSON, James, R. (1956) "A Computing Procedure for a Line Balancing Problem", *Management Science*. Vol 2, No 3; 261-271.
- KAPLAN, Özlem (2004), "Assembly Line Balancing with Task Paralleling", Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara.
- KAZEMİ, Seyed Mahmood; Reza, GHODSİ; Masoud, RABBANİ, M., Reza, TAVAKKOLİ-MOGHADDAM (2011), "A novel two-stage genetic algorithm for a mixed-model U-line balancing problem with duplicated tasks", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol 55, No 9-12;1111-1122.
- KILBRIDGE, Maurice D; Leon WESTER (1961), "A Heuristic Method of Assembly Line Balancing", *The Journal of Industrial Engineering*. Vol 12, No 4; 292-298.
- MAHDAVI, Iraj; Babak, JAVADI; Kaveh, FALLAH-ALIPOUR; Jannes, SLOMP (2007), "Designing A New Mathematical Model for Cellular Manufacturing System Based on Cell Utilization", *Appl. Math. Comput.*, Vol 190; 662-670
- MANSOOR, E M., (1964), "Assembly Line Balancing - An Improvement on the Ranked Positional Weight Technique", *The Journal of Industrial Engineering*, Vol 15, No 2; 73-77.
- ÖZKAN, Raşit (2003), "Tek Modelli Deterministik Montaj Hattı Dengeleme Problemlerine Genetik Algoritma ile Çözüm Yaklaşımı", Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul.
- PATTERSON, James H; Joseph J. ALBRACHT (1975), "Assembly Line Balancing: Zero-One Programming With Fibonacci Search", *Operations Research*, Vol 23; 166-172.
- PINTO, Peter; David G., DANNENBRING; Basheer M., KHUMAWALA (1975), "A Branch and Bound Algorithm for Assembly Line Balancing with Paralleling", *International Journal of Production Research*, Vol 13, No 2; 183-196.
- SAIDABAD, Alireza Abedi; Houshang, TAGHIZADEH (2015), "Performance and Improvement of Production Line Function Using Computer Simulation (Case Study: An Iron Foundry)", *American Journal of Computational Mathematics*, Vol 5; 431-446.
- SALVESON, Malvin, E. (1955), "The Assembly Line Balancing Problem", *Journal of Industrial Engineering*, Vol 6, No 3; 18-25.

- SARIN, Subhash C; Erdal, EREL; Ezey M, DAR-EL (1999), "A Methodology for Solving Single-Model Stochastic Assembly Line Balancing Problem", *Omega*, Vol 27; 525-535.
- SARKER, Bhaba R.; J.G. SHANTHIKUMAR (1983), "A Generalized Approach for Serial or Parallel Line Balancing", *International Journal of Production Research*, Vol 21, No 1; 109-133.
- SCHOLL, Armin; Christian, BECKER (2006), "State-Of-The-Art Exact And Heuristic Solution Procedures for Simple Assembly Line Balancing", *European Journal of Operations Research*, Vol 168; 666-693.
- SIMARIA, Ana S; Pedro, M. VILANHO (2009), "2-ANTBAL: An Ant Colony Optimisation Algorithm for Balancing Two-Sided Assembly Line", *Computer and Industrial Eng.*, Vol 56: 489-506.
- TALBOT, F. Brian; James, H., PATTERSON (1984), "An Integer Programming Algorithm with Network Cuts for Solving the Assembly Line Balancing Problem", *Management Science*, Vol 30, No 1; 85-99.
- THANGAVELU, S. R.; C. M. SHETTY (1971), "Assembly Line Balancing by Zero-One Integer Programming", *AIIE Transactions*, Vol 3, No 1; 61-68.
- TUNCEL, Gonca; Şeyda, TOPALOĞLU (2013), "Assembly Line Balancing with Positional Constraints, Task Assignment Restrictions and Station Paralleling: A Case in an Electronics Company", *Computers & Industrial Engineering*, Vol 64, No 2; 602-609.
- URBAN, Timothy L.; Wen-Chyuan, CHIANG (2006), "An Optimal Piecewise-Linear Program for The U-Line Balancing Problem with Stochastic Task Times", Vol 168, No 3; 771-782.
- VAN ASSCHE, Frans; Willy S. HERROELEN (1978), "An Optimal Procedure for the Single-Model Deterministic Assembly Line Balancing Problem", *European Journal of Operations Research*, Vol.3: 142-149.
- ZACHARIA, P.Th.; Andreas C. NEARCHOU (2013), "A Meta-Heuristic Algorithm for the Fuzzy Assembly Line Balancing Type-E Problem", *Computers & Operations Research*, Vol 40, No 12; 3033-3044.